

ПРОГРАММА КУРСА
"УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ"
для специальности 010501 (экзамен, весна 2006/07 уч.г.)

Вывод уравнения теплопроводности и постановка граничных условий. Вывод уравнения колебаний мембраны и постановка граничных условий. Классификация линейных уравнений второго порядка. Инвариантность типа. Приведение уравнения к каноническому виду. Задача Коши. Характеристики. Соотношение между данными Коши на характеристической поверхности. Формулировка теоремы Коши – Ковалевской. Формально сопряженные дифференциальные выражения. Формулы Грина. Корректность задач математической физики.

Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теорема единственности для начально-краевой задачи. Теорема единственности для задачи Коши. Теорема о равномерном остывании. Вывод и обоснование формулы Пуассона для уравнения теплопроводности. Бесконечная скорость теплопередачи. Принцип максимума для задачи Коши.

Волновое уравнение. Характеристический конус. Энергетическое неравенство и теорема единственности. Область зависимости. Распространение волн. Задача Коши для волнового уравнения при $n = 1$. Формула Д'Аламбера для неограниченной струны. Колебания полуограниченной струны. Свойства сферических средних. Задача Коши при $n = 3$. Задний фронт волны. Задача Коши при $n = 2$. Диффузия волн. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения.

Оператор Лапласа в сферических координатах. Симметрия оператора Бельтрами-Лапласа. Преобразование Кельвина. Гармонические полиномы и сферические функции. Размерность пространства однородных гармонических полиномов степени m . Дифференциальное уравнение сферических функций. Ортогональность на сфере сферических функций различных порядков. Полнота сферических функций в $L_2(S_1)$.

Теорема о среднем и принцип максимума для гармонической функции. Теорема единственности для внутренней задачи Дирихле. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление дважды дифференцируемых функций. Функция Грина задачи Дирихле. Представление дважды дифференцируемых функций через функцию Грина. Функция Грина задачи Дирихле для шара. Вывод и обоснование формулы Пуассона. Бесконечная гладкость гармонических функций. Обратная теорема о среднем. Теорема Харнака о сходимости последовательности гармонических функций. Неравенство Харнака и теорема Лиувилля. Устранимые особенности гармонических функций. Теорема единственности для внешней задачи Дирихле. Поверхности класса C^2 (свойства б/д). Задача Неймана. Теоремы единственности для внутренней и внешней задач Неймана. Необходимые условия разрешимости задачи Неймана.