

ЧАСТЬ 1. Линейные экстремальные задачи

1. Лемма об эквивалентных экстремальных задачах.
2. Примеры эквивалентных экстремальных задач.
3. Постановка задачи линейного программирования. Приведение общей задачи линейного программирования к эквивалентной задаче линейного программирования в канонической форме.
4. Лемма о базисном плане.
5. Теорема о существовании оптимального базисного плана у задачи линейного программирования в канонической форме.
6. Формулировка теоремы Фаркаша. Ее интерпретация в двумерном случае.
7. Критерий существования неотрицательного решения у системы линейных уравнений.
8. Критерий совместности системы линейных уравнений и неравенств.
9. Основная лемма линейного программирования.
10. Критерий оптимальности для общей задачи линейного программирования.
11. Первая теорема двойственности в линейном программировании.
12. Критерий совместной разрешимости пары двойственных задач линейного программирования.
13. Вторая теорема двойственности в линейном программировании.
14. Постановка задачи о матричных играх. Лемма об очистке.
15. Теорема о существовании ситуации равновесия в матричных играх.
16. Анализ двойственной задачи к линейной дискретной задаче оптимального управления.
17. Принцип максимума для линейных дискретных систем.
18. Симплекс-метод.
19. Пересчет обратной базисной матрицы и двойственного вектора.
20. Вычислительная схема симплекс-метода.

ЧАСТЬ 2. Нелинейные экстремальные задачи

1. Необходимые условия оптимальности для задачи нелинейного программирования с линейными ограничениями.
2. Теорема Лагранжа и теорема Куна-Таккера для экстремальных задач с линейными ограничениями.
3. Критерий выпуклости для дифференцируемых функций.
4. Критерий выпуклости для квадратичной функции.
5. Критерий оптимальности для задачи нелинейного программирования с выпуклой дифференцируемой целевой функцией и линейными ограничениями. Частные случаи.
6. Проектирование точки на подпространство.
7. Свойства матрицы ортогонального проектирования.
8. Проектирование точки на стандартный симплекс.
9. Критерий оптимальности для задачи квадратичного программирования.
10. Лемма о существовании точки минимума у выпуклой квадратичной функции на аффинном множестве.
11. Лемма об относительной границе.
12. Теорема о существовании решения у задачи квадратичного программирования.
13. Двойственная задача квадратичного программирования. Теорема двойственности.
14. Основная лемма нелинейного программирования.
15. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.
16. Пример задачи нелинейного программирования, в единственном решении которой не выполняется условие Куна-Таккера.
17. Теорема о достаточности условий Куна-Таккера. Пример.
18. Достаточное условие оптимальности второго порядка в задаче нелинейного программирования.
19. Необходимое условие оптимальности второго порядка в задаче нелинейного программирования.

20. Пример на использование условий оптимальности второго порядка в задаче нелинейного программирования.

ЧАСТЬ 3. Вариационное исчисление

1. Основная лемма вариационного исчисления.
2. Квадратичная вариационная задача. Критерий оптимальности.
3. Необходимое условие Лежандра неотрицательной определенности интегральной квадратичной формы.
4. Критерий неотрицательной определенности интегральной квадратичной формы. Доказательство достаточности.
5. Лемма о скруглении углов.
6. Критерий неотрицательной определенности интегральной квадратичной формы. Доказательство необходимости.
7. Критерий положительной определенности интегральной квадратичной формы.
8. Оценка снизу для положительно определенной интегральной квадратичной формы.
9. Описание всего множества решений квадратичной вариационной задачи.
10. Схема решения квадратичной вариационной задачи. Пример.
11. Нелинейная вариационная задача. Конечномерная аппроксимация. Понятие о вариационной производной.
12. Естественная область определения интегрального функционала. Ее открытость в пространстве непрерывно дифференцируемых функций.
13. Первый дифференциал интегрального функционала.
14. Второй дифференциал интегрального функционала.
15. Необходимые условия локального минимума первого порядка в нелинейной вариационной задаче (в терминах первого дифференциала и в терминах исходной задачи).
16. Теорема о существовании и непрерывности второй производной у экстремали нелинейной вариационной задачи.
17. Необходимые условия локального минимума второго порядка в нелинейной вариационной задаче (в терминах второго дифференциала и в терминах исходной задачи).
18. Достаточные условия строгого локального минимума в нелинейной вариационной задаче.
19. Параметрический метод построения главного решения уравнения Якоби. Пример.
20. Задача о минимальной поверхности вращения.
21. Случай двух стационарных кривых в задаче о минимальной поверхности вращения.
22. Формализация задачи о брахистохроне.
23. Решение задачи о брахистохроне.
24. Изопериметрическая задача.
25. Цепная линия.