

## ВОПРОСЫ ПО АНАЛИЗУ

(прикладная математика и информатика, 2-й семестр, 2004/05 уч. г.)

*А. А. Лодкин*

1. Первообразная и ее свойства.
2. Таблица неопределенных интегралов.
3. Замена переменной и интегрирование по частям.
4. Алгоритмы вычисления первообразных: сведение к случаю рациональных функций.
5. Определенный интеграл Ньютона – Лейбница и его свойства.
6. Площадь криволинейной трапеции. Теорема Барроу.
7. Среднее значение функции. Теорема о среднем.
8. Интеграл как предел интегральных сумм Римана. Вычислительные формулы.
9. Формула Валлиса.
10. Интегральные неравенства.
11. Остаточный член формулы Тейлора в интегральной форме.
12. Аддитивная функция промежутка и её плотность.
13. Три теста на плотность.
14. Площадь криволинейного сектора.
15. Объём тела вращения.
16. Приложения интеграла к задачам механики и физики (примеры на выбор).
17. Длина пути и кривой, ее аддитивность.
18. Гладкий путь и вычисление его длины.
19. Геометрический смысл функций  $\arccos$  и  $\operatorname{arsh}$ .
20. Несобственный интеграл для промежутков различных типов, его общие свойства.
21. Признак Больцано – Коши.
22. Свойства несобственного интеграла от положительных функций. Признаки сравнения.
23. Абсолютная и условная сходимость интеграла.
24. Признаки Дирихле и Абеля для несобственного интеграла.
25. Числовой ряд, его сумма, сходимость, остаток. Примеры.
26. Общие свойства числовых рядов. Критерий Больцано – Коши.
27. Положительные ряды и их свойства. Признаки сравнения.
28. Признак Даламбера.
29. Признак Коши.
30. Верхний и нижний пределы последовательности. Теорема о трех пределах.
31. Теорема о множестве частичных пределов.
32. Обобщенный признак Коши.
33. Интегральный признак сходимости ряда.
34. Признак Лейбница.
35. Преобразование Абеля, признаки Дирихле и Абеля.
36. Группировка слагаемых. Перестановки положительных рядов.
37. Перестановки абсолютно и условно сходящихся рядов.
38. Понятие о суммируемом семействе.

39. Понятие о двойных и повторных рядах.
40. Произведение рядов. Пример.
41. Асимптотика частичных сумм гармонического ряда. Постоянная Эйлера.
42. Формула Стирлинга (без вычисления константы).
43. Вычисление константы в формуле Стирлинга.
44. Равномерная сходимость. Чебышёвское уклонение. Примеры.
45. Теорема о непрерывности предельной функции.
46. Предельный переход под знаком интеграла и производной.
47. Равномерная сходимость функционального ряда. Примеры и свойства.
48. Признаки равномерной сходимости (Больцано – Коши, Вейерштрасса, Дирихле, Абеля).
49. Теоремы о перемене порядка операций, одна из которых — суммирование.
50. Область сходимости степенного ряда.
51. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
52. Теорема о непрерывности суммы степенного ряда.
53. Теоремы о дифференцировании и интегрировании суммы степенного ряда. Примеры.
54. Ряды Тейлора. Две леммы. Разложение  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\ln$ .
55. Разложение степенной функции.
56. Разложение тангенса (без доказательства).
57. Применения степенных рядов.
58. Основные структуры в  $\mathbb{R}^n$  (скалярное произведение, норма, метрика, топология). Покоординатный характер сходимости.
59. Характеристика компактных множеств в  $\mathbb{R}^n$ .
60. Понятие полного метрического пространства. Полнота  $\mathbb{R}^n$ .
61. Теоремы о непрерывных отображениях. Непрерывность отображения и его координатных функций.
62. Соотношение между отдельной непрерывностью и непрерывностью по совокупности переменных.
63. Линейное отображение и его норма.
64. Теорема об оценке нормы линейного отображения.